POTENCIA DE UNA FRACCIÓN. EXPONENTE PAR/IMPAR:

Ya sabemos lo que es una potencia. Tienen una base y un exponente y cada nº indica una cosa en concreto. Pues ahora nos vamos a encontrar potencias cuya base va a ser, generalmente, una fracción positiva o negativa y un exponente que será un nº entero. Para calcular estas potencias, aunque parezcan un poco raras, se hace de la misma manera, es decir, multiplicando la base la cantidad de veces que me indique el exponente. Como sabemos multiplicar fracciones perfectamente, no debemos tener ningún problema para calcular el resultado. Mirar estos ejemplos:

$$(-\frac{3}{4})^2 = -\frac{3}{4} \cdot \frac{-3}{4} = \frac{9}{16} \qquad (+\frac{1}{5})^3 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{125} \qquad (\frac{-2}{3})^5 = ... = -\frac{32}{243} \qquad (+\frac{10}{7})^4 = ... = \frac{10000}{2401}$$

Ahí te he puesto 4 ejemplos, las 4 posibilidades que tengo de encontrarme una potencia combinando el tipo de base y el tipo de exponente, es decir, combinando bases positivas y negativas con exponentes pares e impares. ¿Y qué observamos? ... Pues lo que quiero que veáis es el signo del resultado. Si lo miráis bien os daréis cuenta de que hay 3 resultados positivos y uno negativo. ¿Cuál es el que sale negativo? ¿Cómo tiene la base y el exponente? Pues la base es negativa y el exponente impar. ¿Pasará siempre esto? Pues obviamente sí, lo cual nos lleva a decir una propiedad de las potencias que <u>suelo preguntar en los controles</u> y que dice

"El resultado de una potencia va a salir negativo cuando la base sea negativa y el exponente impar"

Cuando quiera hacer una potencia no debo multiplicar los signos las veces que me diga el exponente. Bastará mirar cómo es la base y cómo el exponente y así saldrá el signo del resultado, es decir, que si la base es negativa y el exponente impar pondremos directamente el signo "–". En el resto de los casos pondremos rápidamente el signo "+".

Veamos ahora lo que pasa cuando en una potencia el exponente es par. Pongamos un ejemplo:

$(-\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$ y $(+\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$ ¿Qué ocurre? ¿Qué veis? Pues lo que ocurre es que si el exponente se par, aunque cambiemos a la base de signo el resultado es el mismo. Esto nos lleva a la siguiente conclusión

"Cuando el exponente de una potencia es par podemos cambiar a la base de signo y no pasa nada"

$$(-\frac{3}{4})^2 = (+\frac{3}{4})^2 \quad ,, \quad (-\frac{5}{8})^4 = (+\frac{5}{8})^4 \quad ,, \quad (+\frac{11}{7})^6 = (-\frac{11}{7})^6$$

¿Qué pasa cuando el exponente es impar? Veámoslo en estos ejemplos:

$(-\frac{5}{8})^3 = -\frac{5}{8} \cdot \frac{-5}{8} \cdot \frac{-5}{8} = \frac{-125}{512}$,, $(+\frac{5}{8})^3 = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} = \frac{125}{512}$ Los resultados no son iguales, por lo que

"Cuando el exponente de una potencia sea impar no se os ocurra cambiarle el signo a la base"

$$(-\frac{5}{8})^3 \neq (+\frac{5}{8})^3 \quad ,, \quad (-\frac{9}{2})^7 \neq (+\frac{9}{2})^7 \quad ,, \quad (+\frac{15}{4})^5 \neq (-\frac{15}{4})^5$$

OPERACIONES CON POTENCIAS:

Las operaciones que se pueden hacer con este tipo de potencias son las mismas de siempre. Aquí os las presento con sus ejemplos

- **Suma y resta**: lo de siempre, se calculan las potencias y se suman o se restan los resultados.

$$(-\frac{3}{4})^2 + (-\frac{3}{4})^3 - (-\frac{1}{2})^4 = \frac{9}{16} + \frac{-27}{64} - \frac{1}{16} = \frac{36-27-4}{64} = \frac{5}{64}$$

- **Multiplicación**: cuando tengan la misma base, se deja la misma base y se suman los exponentes.

$$(-\frac{5}{8})^3 \cdot (-\frac{5}{8})^4 \cdot (-\frac{5}{8}) \cdot (-\frac{5}{8})^{-2} = (-\frac{5}{8})^6$$

- **División**: cuando tengan la misma base, se deja la misma base y se restan los exponentes.

$$(-\frac{9}{2})^7 : (-\frac{9}{2})^5 = (-\frac{9}{2})^2 \quad ,, \quad (+\frac{15}{4})^5 : (+\frac{15}{4})^9 = (+\frac{15}{4})^{-4} \quad ,, \quad (+\frac{11}{7})^{-6} : (+\frac{11}{7})^{-9} = (+\frac{11}{7})^3$$

- **Potencia de potencia**: se deja la base que hay y se multiplican los exponentes.

$$[(-\frac{9}{2})^5]^9 = (-\frac{9}{2})^{45} \quad ,, \quad (-\frac{5}{8})^{-2} \cdot [(-\frac{5}{8})^{-2}]^7 = (-\frac{5}{8})^{-2} \cdot (-\frac{5}{8})^{-14} = (-\frac{5}{8})^{-16}$$

RESULTADOS CON EXPONENTES NEGATIVOS: En el tema 1 de este curso hemos visto que cuando tenemos un resultado con un exponente negativo había que hacer un pasito para convertirlo en positivo. Aquí y ahora tendremos que hacer lo mismo, pero cambiándolo de forma, tal que así

$$(+\frac{15}{4})^{-4} = (+\frac{15}{4})^0 : (+\frac{15}{4})^4 = 1 : (+\frac{15}{4})^4 = 1 : \frac{15^4}{4^4} = \frac{4^4}{15^4} = (+\frac{4}{15})^4$$ Observad el principio y el final.

Podemos sacar la siguiente propiedad importante: $(-\frac{5}{8})^{-2} = (-\frac{8}{5})^2$,, $(-\frac{a}{b})^{-n} = (-\frac{b}{a})^n$ y se resume diciendo que "**para pasar una potencia con exponente negativo a exponente positivo, hay que hacerle la inversa a la base, es decir, se le da la vuelta a la base. Lógicamente, y viceversa**"

TRUCOS CON LAS OPERACIONES CON POTENCIAS: En ocasiones, las potencias que se nos presentan no tienen la misma base, como nos pasaba en anteriores temas. Ahora nos surgirá la misma pregunta, ¿no se podrán hacer? Nada de eso. Habrá que estar atentos a las potencias para poder continuar con ellas y llegar así al resultado. Veamos estos trucos

1- **Base + y –** : Vemos las potencias con las bases iguales pero de diferente signo. En estos casos, aprovechamos la propiedad que decía que cuando una potencia tenía exponente par se le podía cambiar el signo a la base y no pasaba nada, ya que el resultado era el mismo.

$$(-\frac{8}{5})^7 \cdot (+\frac{8}{5})^2 \cdot (-\frac{8}{5})^{-3} = (-\frac{8}{5})^7 \cdot (-\frac{8}{5})^2 \cdot (-\frac{8}{5})^{-3} = (-\frac{8}{5})^6$$

2- **Bases inversas** : Vemos las potencias con los n^{os} de las bases intercambiados. Aquí aprovechamos la propiedad que hemos visto un poquito más arriba, la de cambiar el exponente de signo.

$$(-\frac{9}{2})^{45} : (-\frac{2}{9})^{25} = (-\frac{9}{2})^{45} : (-\frac{9}{2})^{-25} = (-\frac{9}{2})^{70}$$

3- **Simplificar la base** : Se ven las potencias con las bases diferentes. Debemos mirar cuál de ellas se puede simplificar, por lo general la que tiene las cifras mayores, y nos dará la base con las cifras menores. ¿Qué le pasa a la potencia cuando se le simplifica la base? Pues como las fracciones son equivalentes, al exponente de la potencia no le pasa nada.

$$(+\frac{15}{4})^4 \cdot (+\frac{15}{4})^7 \cdot (+\frac{45}{12})^{-3} = (+\frac{15}{4})^4 \cdot (+\frac{15}{4})^7 \cdot (+\frac{15}{4})^{-3} = (+\frac{15}{4})^8$$

4- **Potencia de la base** : Se ven también las bases diferentes, pero en este caso no se puede simplificar la base que tiene las cifras mayores. Esto significa que probablemente se pueda convertir en una potencia cuya base sea la misma que la que tiene las cifras menores. Veámoslo en este ejemplo

$$(-\frac{8}{5})^2 : (-\frac{512}{125}) = (-\frac{8}{5})^2 : (-\frac{8}{5})^3 = (-\frac{8}{5})^{-1} = (-\frac{5}{8})$$

5- **Potencia de potencia** : Es lo mismo de antes, pero ahora la potencia que tiene las cifras mayores está elevada a un exponente cualquiera. Aquí está el ejemplo

$$(-\frac{9}{2})^7 \cdot (-\frac{729}{8})^{-8} = (-\frac{9}{2})^7 \cdot [(-\frac{9}{2})^3]^{-8} = (-\frac{9}{2})^7 \cdot (-\frac{9}{2})^{-24} = (-\frac{9}{2})^{-17} = (-\frac{2}{9})^{17}$$

6- **Exponente "0"** : Tenemos potencias de diferente base, no se puede hacer nada de lo anterior, pero nos damos cuenta de que una de las potencias está elevada a exponente "0". Como la potencia que está elevada a "0" es igual a "1", y al multiplicar por "1" sale el mismo factor, veamos qué pasa

$$(-\frac{3}{4})^2 \cdot (-\frac{3}{4})^{-6} \cdot (-\frac{9}{2})^0 \cdot (-\frac{3}{4})^{-5} = (-\frac{3}{4})^2 \cdot (-\frac{3}{4})^{-6} \cdot 1 \cdot (-\frac{3}{4})^{-5} = (-\frac{3}{4})^{-9} \cdot 1 = (-\frac{3}{4})^{-9} = (-\frac{4}{3})^9$$

EJERCICIOS

1.- Calcula las siguientes potencias: $(-\frac{8}{5})^2$ „ $(+\frac{7}{2})^3$ „ $(-\frac{3}{4})^{-2}$ „ $(-\frac{1}{3})^4$ „ $(+\frac{1}{10})^6$ „ $(-\frac{9}{2})^2 + (\frac{2}{4})^3$

2.- Realiza estas operaciones con potencias:

a) $(-\frac{4}{3})^4 \cdot (+\frac{4}{3}) \cdot (+\frac{4}{3})^{10}$

b) $(-\frac{4}{9})^{-3} \cdot (-\frac{4}{9}) \cdot (-\frac{9}{4})^{-4}$

c) $(-\frac{7}{2})^4 \cdot (-\frac{35}{10})^{-10}$

d) $(-\frac{1}{5})^{-23} \cdot \frac{1}{625}$

e) $(-\frac{3}{7})^{-17} : (+\frac{9}{49})^{-5}$

f) $(-\frac{2}{5})^7 \cdot (-\frac{9}{7})^0 \cdot (-\frac{2}{5})^{-5}$

g) $(-\frac{1}{3})^8 : (-3)^5$

h) $[(-\frac{10}{13})^{-5}]^2 : (-\frac{13}{10})^{17}$

i) $(-\frac{1}{7})^4 : (+\frac{1}{7})^8$

j) $(-\frac{4}{5})^{19} : (-\frac{5}{4})^{-3}$

k) $(-\frac{2}{20})^5 : (-\frac{3}{30})^6$

l) $(+\frac{1}{4})^5 : (-\frac{1}{2})^{10}$

m) $(-\frac{125}{8})^{-4} : (-\frac{5}{2})^5$

n) $(-\frac{3}{4})^2 + (-\frac{3}{4})^3$

ñ) $(+\frac{1}{2})^{10} : (-\frac{1}{2})^{15}$

o) $(-\frac{7}{3})^{-5} : (-\frac{3}{7})^{-9}$

p) $(-\frac{1000}{27})^2 : (-\frac{10}{3})^4$

q) $[(\frac{1}{2})^2]^4 \cdot (-\frac{1}{8})^{-5} \cdot (\frac{1}{32})^{-2}$

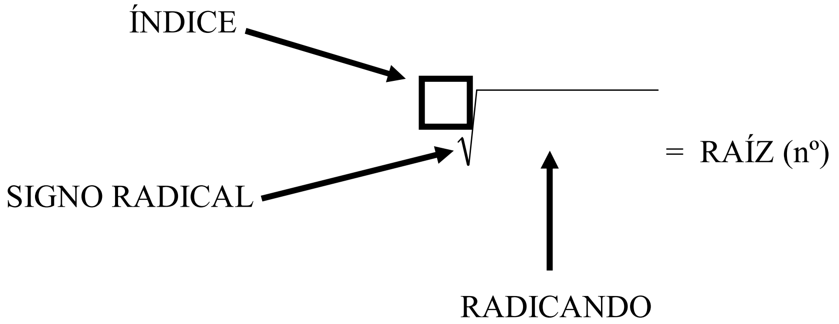
r) $(-\frac{4}{7})^{-12} : (\frac{20}{35})^{-10}$

s) $(+\frac{7}{2})^3 \cdot (-\frac{7}{2})^6 \cdot (+\frac{7}{2})^{-15}$

t) $(-\frac{1}{3})^4 + (-\frac{1}{3})^3 + (-\frac{9}{7})^0$

<u>RADICALES CUADRÁTICOS:</u> Se llaman radicales cuadráticos a todas **aquellas raíces que tienen un “2” en el índice**, es decir, son las raíces cuadradas.

Las partes de un radical son



Existen raíces cuyo índice es “3”, por ejemplo, y se llaman raíces cúbicas. Se hacen igual que las cuadradas pero en vez de encontrar un nº que cuando lo elevemos al cuadrado salga el radicando, en estos casos habrá que elevar ese nº al cubo para que nos dé ese radicando. Si fuesen raíces cuartas, pues habría que elevar el nº a la cuarta potencia,...

Para <u>*hacerle una raíz cuadrada que tiene una fracción en el radicando*</u> se procede de dos formas diferentes, según si los nºs de la fracción son cuadrados perfectos o no:

a) Si <u>los dos nºs son cuadrados perfectos</u> se procedería así

$$\sqrt{\frac{9}{49}} = \sqrt{\frac{(\pm 3)^2}{(\pm 7)^2}} = \sqrt{(\pm\frac{3}{7})^2} = \pm\frac{3}{7}$$

b) Si <u>uno o los dos nºs no son cuadrados perfectos</u>, se hace la división de la fracción y al resultado se le hace la raíz cuadrada sacándole un par de decimales.

$$\sqrt{\frac{9}{8}} = \sqrt{9:8} = \sqrt{1'125} \simeq \pm 1'06$$

EJERCICIO

3.- Haz la raíz cuadrada a estas fracciones: $\frac{1}{625}$ „ $\frac{4}{100}$ „ $\frac{7}{2}$ „ $\frac{1}{32}$ „ $-\frac{25}{121}$ „ $\frac{81}{16}$

PRODUCTO DE RADICALES CUADRÁTICOS:

Veamos primero una serie de raíces cuadradas (radicales cuadráticos) para luego sacar la propiedad correspondiente.

$\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$ „ Por otro lado hacemos $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{36} = 6$. ¿Qué propiedad sacamos?

Si $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4}$ es igual a 6 y $\sqrt{9 \cdot 4}$ también es igual a 6, podremos decir que $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{9 \cdot 4}$

En general, podremos decir que "**la multiplicación de 2 radicales cuadráticos es igual a un solo radical cuyo radicando es la multiplicación de los 2 radicandos anteriores**". Por tanto, podríamos poner

$\sqrt{7} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{7 \cdot 8}$ y en general diremos que $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{ab}$

DIVISIÓN DE RADICALES CUADRÁTICOS:

Volvamos a ver otra serie de radicales cuadráticos para luego sacar la propiedad correspondiente.

$\sqrt{9} : \sqrt{4} = \dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \dfrac{\pm 3}{\pm 2} = \pm \dfrac{3}{2}$ „ Por otro lado hacemos $\sqrt{9} : \sqrt{4} = \dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\dfrac{9}{4}} = ... = \sqrt{(\pm \dfrac{3}{2})^2} = \pm \dfrac{3}{2}$

¿Qué propiedad sacamos? Si $\sqrt{9} : \sqrt{4}$ es igual a $\pm \dfrac{3}{2}$ y $\sqrt{\dfrac{9}{4}}$ también es igual a $\pm \dfrac{3}{2}$, podremos decir que

$\sqrt{\dfrac{9}{4}} = \dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$ y también, por tanto, $\sqrt{\dfrac{9}{4}} = \dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \sqrt{9} : \sqrt{4}$, y viceversa, es decir, $\sqrt{9} : \sqrt{4} = \dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\dfrac{9}{4}}$

En general, podremos decir que "**la división de 2 radicales cuadráticos es igual a un solo radical cuyo radicando es la división (fracción) de los 2 radicandos anteriores**". Por tanto, podríamos poner

$\sqrt{\dfrac{15}{61}} = \dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{61}}$ „ también $\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{75}} = \sqrt{\dfrac{14}{75}}$ y en general diremos que $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ **ó** $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

POTENCIACIÓN DE RADICALES CUADRÁTICOS:

Aquí también vamos a empezar con un ejemplo para luego sacar la propiedad que corresponda. Fíjate en el radical del comienzo y en el del final. ¿Serías capaz de sacar tú mismo/a dicha propiedad?

$(\sqrt{7})^5 = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} = \sqrt{7^5}$ ¿Sacas la propiedad? Pues venga

$(\sqrt{19})^6 =$ _________ En general, podremos decir que "**cuando una raíz cuadrada está como base de una potencia, el exponente al que está elevada se introduce en el radical y se le coloca al radicando**".

Por tanto, podríamos poner $(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$

SACAR LO MÁXIMO DE UN RADICAL CUADRÁTICO:

Si $\sqrt{4}$ es igual a 2 también puede ser porque $\sqrt{4} = \sqrt{2^2}$, como la raíz cuadrada y elevar al cuadrado son dos operaciones opuestas, se pueden tachar y nos quedaría sólo el 2, que sería el resultado. Entonces

$\sqrt{4} = \cancel{\sqrt{2^2}} = 2$ y también $\sqrt{25} = \cancel{\sqrt{5^2}} = 5$ o también $\sqrt{121} = \cancel{\sqrt{11^2}} = 11$

Para sacar lo máximo de un radical cuadrático, hay que **descomponer en factores primos el radicando y todo lo que esté elevado al cuadrado se marchará fuera y lo que no se quedará dentro**. Veamos los ejemplos siguientes

$$\sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 3^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3^2} = \sqrt{2} \cdot 3 = 3 \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{56} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 7} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 7} = 2 \cdot \sqrt{14} = 2\sqrt{14}$$

$$\sqrt{\frac{98}{9}} = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 7^2}}{\sqrt{3^2}} = \frac{7 \cdot \sqrt{2}}{3} = \frac{7}{3}\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{25}{28}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{28}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{2^2 \cdot 7}} = \frac{5}{2 \cdot \sqrt{7}} = \frac{5 \cdot \sqrt{1}}{2 \cdot \sqrt{7}} = \frac{5}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{7}}$$

METER UN Nº EN UN RADICAL CUADRÁTICO:

Es el paso contrario a lo que hemos explicado anteriormente. Se supone que un nº que está multiplicando a un radical es porque antes estaba dentro "elevado al cuadrado", y por eso salió fuera. Por lo tanto, si quiero meter un nº cualquiera en un radical, "**lo elevaremos al cuadrado multiplicando al radicando que ya esté en el interior**". Veamos algún ejemplo

$$6 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6^2 \cdot 2} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{72} \quad ,, \quad \frac{3}{7} \cdot \sqrt{\frac{1}{7}} = \sqrt{(\frac{3}{7})^2 \cdot \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{9}{49} \cdot \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{9}{343}}$$

EJERCICIOS

1.- De los siguientes rad. cuad., señala los que son racionales: $\sqrt{16}$,, $\sqrt{5}$,, $\sqrt{\frac{9}{16}}$,, $\sqrt{4}$,, $\sqrt{\frac{125}{169}}$

2.- Calcula con una aproximación hasta la milésima, los siguientes radicales: $\sqrt{15}$,, $\sqrt{8}$,, $\sqrt{2}$,, $\sqrt{\frac{14}{9}}$

3.- Realiza los siguientes productos: $\sqrt{7} \cdot \sqrt{5}$,, $\sqrt{4} \cdot \sqrt{3}$,, $\sqrt{11} \cdot \sqrt{12}$,, $\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}$,, $\sqrt{t} \cdot \sqrt{x}$

4.- Copia y completa los nº^{os} que faltan: $\sqrt{42} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{¿?}$,, $\sqrt{18} = \sqrt{¿?} \cdot \sqrt{6}$,, $\sqrt{48} = \sqrt{¿?} \cdot \sqrt{¿?}$

5.- Escribe, de dos modos distintos, los siguientes radicales como producto de dos radicales:

$\sqrt{44}$,, $\sqrt{28}$,, $\sqrt{140}$,, $\sqrt{14}$,, $\sqrt{69}$,, $\sqrt{36}$,, $\sqrt{90}$,, $\sqrt{102}$

6.- Saca lo máximo del radical: $\sqrt{18}$,, $\sqrt{54}$,, $\sqrt{1100}$,, $\sqrt{48}$,, $\sqrt{847}$,, $\sqrt{\frac{50}{49}}$,, $\sqrt{\frac{121}{12}}$,, $\sqrt{\frac{68}{27}}$

7.- Introduce en el radical: $5\sqrt{8}$,, $4\sqrt{12}$,, $3\sqrt{5}$,, $2\sqrt{7}$,, $5\sqrt{6}$,, $10\sqrt{9}$,, $\frac{2}{5}\sqrt{7}$,, $-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{1}{5}}$

8.- Copia y completa los nº^{os} que faltan: $\sqrt{63} = 3\sqrt{¿?}$,, $\sqrt{80} = ¿?\ \sqrt{5}$,, $¿?\ \sqrt{2} = \sqrt{18}$,, $7\sqrt{¿?} = \sqrt{245}$

9.- Saca lo máximo de: $\sqrt{50} : \sqrt{48}$,, $\sqrt{48} : \sqrt{9}$,, $\sqrt{144} : \sqrt{8}$,, $\sqrt{250} : \sqrt{5}$

10.- Saca lo máximo de las siguientes potencias: $(\sqrt{12})^3$,, $(\sqrt{18})^5$,, $(\sqrt{3})^4$,, $(\sqrt{20})^7$,, $(\sqrt{2})^5$

11.- De la página 80 del libro, los nº^{os} 1, 2acf, 3aef, 4bcf, 5abde, 6bef, 7adef, 8cd, 11acdf y 12acd.

SUMA Y RESTA DE RADICALES CUADRÁTICOS:

Finalmente, veamos cómo se suman o restan dos radicales. Del año pasado os acordaréis que para sumar o restar términos éstos debían ser semejantes, es decir, que tuvieran la misma parte literal, como por ejemplo: $3x + 2x = 5x$,, $5ab + 4ab = 9ab$,, $6z^2 - 8z^2 = -2z^2$,, $w - 6w = -5w$,, $m + m = 2m$.

Pues para sumar o restar **radicales** también han de ser **semejantes**, esto es, **que tengan el mismo radicando**, pues de lo contrario no se podría hacer. Veamos un ejemplo sencillo:

Si $3x + 2x = 5x$, $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$. Si $3x + 5y$ no se puede hacer, $3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}$ tampoco se puede.

Para **la resta** pasaría **exactamente lo mismo**.

Resumiendo → **Para sumar o restar radicales cuadráticos, éstos deberán ser semejantes.**

En ocasiones una suma o una resta de radicales no se puede hacer porque no son semejantes (no llevan el mismo radicando), pero sacando lo máximo de los radicales (si es que se puede) resulta que nos salen radicales cuadráticos semejantes por lo que podríamos sumarlos o restarlos. Veamos unos ejemplos:

$$\sqrt{125} + \sqrt{20} = \sqrt{5^2 \cdot 5} + \sqrt{2^2 \cdot 5} = 5\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$$

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{75} = \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{3^2 \cdot 3} + \sqrt{3 \cdot 5^2} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

$$\sqrt{\frac{8}{3}} - \sqrt{\frac{18}{3}} - 2\sqrt{\frac{50}{3}} = \sqrt{\frac{2^2 \cdot 2}{3}} - \sqrt{\frac{2 \cdot 3^2}{3}} - 2\sqrt{\frac{2 \cdot 5^2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 3\sqrt{\frac{2}{3}} - 10\sqrt{\frac{2}{3}} = -11\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt{18} - \sqrt{300} - \sqrt{24} = \sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2} - \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3} = 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} - 2\sqrt{6} = -7\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$$

1.- Señala 10 radicales cuadráticos semejantes a $3\sqrt{7}$.

2.- Comprueba que $\sqrt{48}$ **,** $\sqrt{75}$ **y** $\sqrt{12}$ **son radicales semejantes**. Luego, calcula $\sqrt{48}+\sqrt{75}-\sqrt{12}$.

3.- Realiza las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{12}-\sqrt{18}+\sqrt{98}$

b) $\sqrt{18}-\sqrt{75}+\sqrt{24}$

c) $\sqrt{24}-\sqrt{54}+\sqrt{150}$

d) $\sqrt{45}+\sqrt{48}-\sqrt{24}$

e) $\sqrt{\frac{9}{50}}+\sqrt{\frac{49}{2}}-\sqrt{\frac{1}{32}}$

f) $\sqrt{32}-\sqrt{48}+\sqrt{108}-\sqrt{72}$

g) $\sqrt{20}-\sqrt{245}+3\sqrt{5}$

h) $\sqrt{\frac{8}{3}}+\sqrt{\frac{54}{3}}-4\sqrt{\frac{2}{3}}$

i) $\sqrt{27}+\sqrt{300}-\sqrt{12}$

j) $\sqrt{20}-\sqrt{45}+6\sqrt{5}-\sqrt{5}$

k) $\sqrt{162}+\sqrt{200}-10\sqrt{2}-3\sqrt{5}$

l) $\sqrt{28}-\sqrt{63}-\sqrt{700}+2\sqrt{7}$

m) $\sqrt{\frac{9}{5}}-\sqrt{\frac{81}{5}}+\sqrt{\frac{49}{5}}$

n) $\sqrt{45}+\sqrt{20}-\sqrt{6}$

ñ) $-5\sqrt{18}+\frac{2}{3}\sqrt{8}-\sqrt{8}\cdot\sqrt{3}+(\sqrt{2})^5$

o) $2\sqrt{\frac{15}{27}}-\frac{4}{5}\sqrt{\frac{60}{12}}-\sqrt{\frac{3}{7}}\cdot\sqrt{\frac{5}{21}}+\sqrt{\frac{1500}{48}}$

p) $\sqrt{294}+\frac{\sqrt{24}}{5}-\frac{2}{9}\sqrt{\frac{54}{25}}$

q) $\sqrt{\frac{4}{18}}-\sqrt{\frac{16}{50}}-2\sqrt{\frac{2500}{128}}+(\sqrt{\frac{1}{2}})^3$

4.- Invéntate una suma de tres radicales cuadráticos cuyo resultado sea $-\frac{15}{4}\sqrt{3}$, y uno de los sumandos sea $2\sqrt{3}$.

TRABABO DEL TEMA 4b

I.- Realiza estas operaciones con potencias:

1) $(-\frac{2}{5})^6\cdot(-\frac{2}{5})^{10}\cdot(-\frac{2}{5})^{-4}$

2) $(-\frac{3}{8})\cdot(-\frac{3}{8})^{-9}\cdot(-\frac{3}{8})^4$

3) $(-\frac{2}{5})^9\cdot(+\frac{2}{5})^8\cdot(-\frac{2}{5})^{-7}$

4) $(+\frac{1}{3})^{10}\cdot(+\frac{1}{3})^{-9}\cdot(+\frac{1}{3})^{-14}$

5) $(-\frac{2}{9})^{12}\cdot(+\frac{4}{18})^{-4}$

6) $(-\frac{7}{4})^{-5}:(-\frac{7}{4})^{10}$

7) $[(-\frac{3}{2})^2]^{-3}:(-\frac{3}{2})^{-9}$

8) $(-\frac{1}{4})^2\cdot(-\frac{1}{4}):(-\frac{1}{4})^{12}$

9) $(+\frac{2}{3})^3\cdot(+\frac{8}{27})^4\cdot(+\frac{2}{3})^{-2}$

10) $(-\frac{5}{4})^4:(-\frac{5}{4})^{32}$

13) $(+\frac{6}{5})^{-5}\cdot[(-\frac{6}{5})^2]^{-3}$

14) $(+\frac{7}{8})^{10}:(-\frac{7}{8})^7$

15) $(-\frac{3}{10})^{83}:(-\frac{3}{10})^{14}$

16) $(-\frac{2}{5})^3\cdot(-\frac{3}{7})^0\cdot(-\frac{2}{5})^{-8}$

17) $(+\frac{7}{2})^{-9}\cdot(+\frac{7}{2})^{15}\cdot(+\frac{7}{2})^{-5}$

18) $(+\frac{1}{8})^{-6}:(+\frac{1}{8})^4\cdot[(+\frac{1}{8})^3]^7$

19) $(-\frac{3}{5})^7:(+\frac{3}{5})^4$

20) $[(-\frac{2}{5})^{10}]^{-3}:[(-\frac{2}{5})^7]^{-2}$

21) $(+\frac{1}{5})^{12}:(+\frac{1}{5})^4:(+\frac{1}{5})^8$

22) $(-\frac{1}{3})^{19}\cdot(-\frac{1}{3})^{-7}\cdot(-\frac{1}{3})^{-24}$

25) $(+\frac{10}{9})^{-10}:(+\frac{10}{9})^{-11}$

26) $(+\frac{2}{3})^{14}\cdot(+\frac{2}{3})^{-2}\cdot(+\frac{2}{3})^0$

27) $(+\frac{49}{100})^{12}:(-\frac{7}{10})^{18}$

28) $(+\frac{2}{7})^{-7}:(+\frac{2}{7})^{10}$

29) $(+\frac{8}{5})^{-9}\cdot(+\frac{8}{5})^{-12}$

30) $(-\frac{8}{3})^{-14}:(-\frac{3}{8})^{-10}$

31) $(-\frac{1}{10})^{-10}\cdot[(-\frac{1}{10})^{-3}:(-\frac{1}{10})^{19}]$

32) $(+\frac{7}{4})^{16}:[(-\frac{7}{4})^2\cdot(-\frac{7}{4})^{-6}]$

33) $(-\frac{8}{3})^{10}:(+\frac{3}{5})^0$

34) $(+\frac{2}{15})^{-3}\cdot(+\frac{2}{15})^{17}\cdot(+\frac{2}{15})^{-20}$

11) $(+\frac{1}{6})^{-7} \cdot (+6)^{10}$ 23) $(-\frac{49}{14})^{4} : (-\frac{7}{2})^{3}$ 35) $(+\frac{1}{81}) \cdot (+\frac{1}{3})^{15}$

12) $(-\frac{4}{3})^{-10} \cdot (-\frac{4}{3}) \cdot (-\frac{4}{3})^{9}$ 24) $(-\frac{3}{2})^{4} \cdot [(-\frac{3}{2})^{5}]^{-3} : (-\frac{3}{2})^{-20}$ 36) $(-\frac{2}{5})^{-7} : (-\frac{1}{3})^{-4}$

II.- Sustituye por los nos correspondientes los espacios donde aparecen los signos "¿?":

a) $(-\frac{1}{8})^{-6} \cdot (-\frac{1}{8})^{¿?} \cdot (-\frac{1}{8}) = (¿?)^{-2}$

b) $(+\frac{7}{5})^{11} \cdot (+\frac{7}{5})^{¿?} = +\frac{5}{7}$

c) $(-\frac{2}{5})^{-9} : (-\frac{2}{5})^{¿?} = (-\frac{2}{5})^{-12}$

d) $(¿?)^{-4} \cdot (-\frac{4}{11})^{¿?} = (¿?)^{24}$

e) $[(-\frac{3}{7})^{¿?}]^{5} : (-\frac{3}{7})^{-2} = (-\frac{3}{7})^{-8}$

f) $(+\frac{2}{3})^{¿?} : (+\frac{2}{3})^{12} = (+\frac{2}{3})^{7}$

g) $(+\frac{9}{5})^{-3} \cdot (+\frac{9}{5})^{7} \cdot (+\frac{9}{5})^{¿?} = 1$

h) $(-\frac{6}{5})^{-12} : (-\frac{6}{5})^{¿?} = (-\frac{6}{5})^{3}$

i) $(-\frac{2}{3})^{14} \cdot (-\frac{2}{3})^{¿?} \cdot (-\frac{2}{3})^{-9} = (¿?)^{-4}$

j) $(-\frac{4}{9})^{10} \cdot (-\frac{4}{9})^{-6} \cdot (-\frac{4}{9})^{¿?} = (-\frac{9}{4})^{10}$

k) $(+\frac{3}{5})^{¿?} : (+\frac{3}{5})^{¿?} = (+\frac{3}{5})^{-8}$

l) $(-\frac{2}{9})^{4} : (-\frac{2}{9})^{¿?} = (-\frac{2}{9})^{-3}$

III.- Opera con estos radicales:

a) Haz la raíz cuadrada a la fracción $\frac{9}{49}$

b) Haz la raíz cuadrada a la fracción $\frac{8}{11}$

c) Saca lo máximo de $\sqrt{8} \cdot \sqrt{6}$

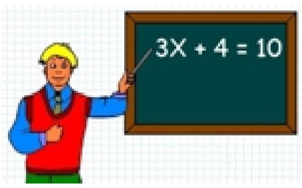
d) También saca lo máximo de $(\sqrt{12})^{5}$

e) Introduce en el radical $4^{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{10}}$

f) $\sqrt{8} + 2\sqrt{50} - 5\sqrt{98}$

g) $\sqrt{12} - \frac{\sqrt{27}}{5} + \frac{2}{7}\sqrt{75} - (\sqrt{3})^{3}$

h) $-3\sqrt{\frac{4}{125}} - 2\sqrt{25} + 7\sqrt{\frac{9}{20}} - \frac{2}{\sqrt{5}}$



Fdo. Juan Chanfreut Rodríguez
Profesor de matemáticas de 2º de ESO