OPERACIONES CON DECIMALES:

Me temo que no voy a deciros prácticamente nada sobre este tema, ya que supongo que lo sabéis hacer sin problemas. Si existiera alguna duda, consultar los apuntes de otros años (o a mí). Sí os puedo decir que si hay varios números decimales unidos por distintas operaciones se deberían seguir los mismos pasos, y en el mismo orden, como si fueran unas operaciones combinadas.

EJERCICIOS

1.- De la página 51 del libro, los nºs 3, 4, 5 y 8d.

2.- De la página 55 del libro, los nºs 9 y 14. De la página siguiente, los nºs 1bdf (el apartado "f" es el número 5´4289) y 3c. Por último, de la página 61 el nº 1.

3.- Calcula:

a) 3´26 + 5 + 1´074 b) 12´08 – 10´7098 c) 4´25 · 0´86 d) 4´92781 : 19´7

e) 9´2 + 6´12 · 0´5 – 7´7 f) 2´1 · 1´81 – 4´6 : 23

g) 2´36 + 2´5 : (7,86 – 6´61) – 10

FRACCIONES (Q): Son **divisiones** entre 2 números. Se reconocen porque veo un nº encima de una raya y debajo de ella hay otro nº. Al nº de la parte de abajo se le llama **denominador**, el cual indica las partes iguales en la que se ha dividido una unidad. Al nº superior se le llama **numerador** e indica la cantidad de partes iguales que se han cogido, pintado, perdido,...

Para leerlas, se empieza diciendo el nº de arriba normal y se sigue diciendo **medio/s, tercio/s, cuarto/s,..., décimo/s, onceavo/s,..., setenta y dosavo/s,...** (si los denominadores son 2, 3, 4,..., 10, 11,..., 72,...).

También las fracciones las podemos dividir en dos grandes grupos, como son las positivas y las negativas, tal que así:

Positivas → $\frac{3}{4} = +\frac{3}{4} = \frac{3}{+4} = \frac{+3}{4} = \frac{+3}{+4} = +\frac{+3}{4} = +\frac{-3}{-4} = ...$

Negativas → $-\frac{3}{5} = \frac{-3}{5} = +\frac{-3}{5} = \frac{3}{-5} = +\frac{3}{-5} = -\frac{-3}{-5} = -\frac{+3}{+5} = ...$

Las fracciones, también llamadas quebrados y razones, se clasifican de esta forma: **F. Propias** (tienen el numerador menor que el denominador, y por ello son menores que la unidad)**, F.Unidad** (tienen el num. igual que el den. y por eso son iguales al nº 1)**, F. Impropias** (las contrarias que las propias, se pueden pasar a nº mixto)**, F. Enteras** (las que al dividir el num. entre el den. sale un nº entero, es decir, la división es exacta) **F. Equivalentes** (las que valen o representan lo mismo. Al multiplicarlas en cruz sale el mismo resultado)**, F. Irreducibles** (aquellas que no se pueden simplificar), **F. Decimales** (aquellas que tienen en el denominador un nº múltiplo solo de 2, o solo de 5, o solo de 2 y 5 a la vez)**, F. Unitarias** (son las que tienen un "1" en el numerador)**, F. Inversas** (son las que al multiplicarlas sale "1")**, F. Opuestas** (son las que tienen el mismo valor absoluto pero distinto signo).

AMPLIFICACIÓN Y SIMPLIFICACIÓN: Cada uno de ellos es un **método para obtener fracciones equivalentes**. El primero consiste en multiplicar al numerador y denominador por un mismo nº (se obtendrían así infinitas), y el segundo se hace dividiendo al num. y den. por un mismo nº que haga que ambas divisiones salgan exactas. La simplificación se puede hacer de varias formas:

- mediante **simplificaciones sucesivas** - mediante una **descomposición factorial** de los 2 nºs de la fracción y tachando después - y mediante el **MCD**.

EJERCICIO

4.- De la página 57 del libro, los nºs 3 y 4.

REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES:

Este año vamos a representar dos fracciones en una misma recta, una de ellas será positiva y la otra negativa. Para hacerlo como hay que hacerlo, hay que empezar haciendo **todas las unidades iguales**, tanto las negativas como positivas, y para eso antes de nada debo de elegir cuántos cuadraditos voy a separar a las unidades. Después, se haría así: 3/5 y –8/3.

(espacio para hacerlo)

ORDEN DE FRACCIONES: Para ordenar fracciones que no tienen el mismo denominador, es **obligatorio** pasarlas a **común denominador** (MCM, …). Después, las negativas serán más pequeñas que las positivas. Un caso parecido a esto de ordenar fracciones es decir qué **fracción** está **comprendida** entre otras 2, ya que si no tienen el mismo denominador lo primero que habrá que hacer es pasarlas a común denominador. Siempre entre 2 fracciones cualesquiera hay infinitas comprendidas entre ellas (a no ser que ambas fracciones sean equivalentes):

2/3 y 5/3 - 2/5 y 3/10 - 6/9 y 8/12

EJERCICIOS

1.- De la página 58 del libro, los n^{os} 5c y 6g.

2.- Representa en la misma recta numérica 5/4 y – 9/7, por un lado, y – 10/3 y 6/8, por otro.

3.- Alberto ha resuelto bien los 2/3 de los ejercicios en una prueba y su amiga Raquel, los 3/5. ¿Quién obtendrá mejor nota?

4.- Clasifica las fracciones siguientes en positivas o negativas. Posteriormente, transforma las fracciones con denominador negativo en fracciones con denominador positivo:

$$\frac{-2}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{2}{-5}, \frac{-1}{-8}, \frac{7}{3}, -\frac{6}{-7}$$

5.- Escribe una fracción equivalente a – 15/16 con numerador – 480. Explícate.
Por otro lado, ¿puedes escribir una fracción equivalente a la anterior cuyo numerador sea 215?

OPERACIONES COMBINADAS: Se siguen los mismos pasos como si fuesen n^{os} enteros, es decir, 1º **paréntesis**, 2º **potencias y raíces**, 3º **multiplicaciones y divisiones** en el orden en que aparezcan, y 4º **sumas y restas**. Decir que si hay un par de signos delante de una fracción, para hacer las cosas más fáciles, se debe aplicar la regla se los signos y dejar tan solo el que salga de aplicarla.

Supongo que recordáis cómo se hacen las 4 operaciones básicas con las fracciones, ¿no? Os refrescaré la memoria. Las **sumas** y las **restas** hay que pasarlas a común denominador (MCM), para luego dejar el mismo denominador y sumar los numeradores. Las **multiplicaciones**, se multiplican los numeradores y por otro lado los denominadores (para adelante, como los burros de ...). Y las **divisiones**, se multiplica el num1 por el den2 y se coloca en el numerador del resultado, y el den1 por el num2 y se coloca en el denominador del resultado (doble cruzado mágico). Acordaos que si el resultado se puede simplificar hay que hacerlo, aunque no lo indique el enunciado de la pregunta.

EJERCICIOS

6.- Efectúa: a) $\frac{2}{3} - (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})$ b) $2 - (-\frac{1}{3}) + \frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{7} \cdot (-\frac{7}{5}) \cdot \frac{1}{2}$

d) $-\frac{3}{20} \cdot \frac{-4}{5} \cdot \frac{13}{15}$ e) $\frac{5}{6} : (\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3})$

7.- Marta ha colocado $\mathbf{\frac{1}{30}}$ de las piezas de un puzzle y después Abel ha completado los $\frac{3}{100}$. En un descuido, su hermano pequeño ha quitado 1/50 de las piezas. ¿Qué fracción del puzzle ha quedado intacta?

1.- De la página 71 del libro, los n^{os} 4cdf, 7e, 9d, 11d y 13e. De la página 73, los n^{os} 2bcf, 3ade, 4ade, 6cfhi, 11bc y 13c.

2.- Llega al resultado final, y acuérdate de simplificar el resultado si se pudiera:

a.- $-(\frac{7}{5}-\frac{1}{3}-\frac{5}{6}+\frac{7}{3}-1) : \frac{3}{2}$

b.- $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}+2-(\frac{4}{9}+10\cdot\frac{1}{3})-1$

c.- $2-\frac{1}{5}:\frac{3}{2}+(\frac{6}{5}-1)-4:\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

d.- $\frac{2}{5}-1:(\frac{2}{3}+6)-\frac{4}{3}\cdot(-\frac{6}{5}+2)$

e.- $-\frac{21}{5}+(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-1):(\frac{2}{3}-\frac{1}{9})-(-\frac{4}{8})$

f.- $1-(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}+\frac{7}{2}-\frac{6}{4}:\frac{1}{7})+\frac{1}{10}$

g.- $\frac{3}{2}+\frac{7}{2}\cdot(\frac{2}{3}-1-\frac{6}{5})-\frac{1}{6}-(-\frac{1}{2})^2$ "$-\frac{1}{2}$" es la base, "2" el exponente

h.- $-(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{2}{6})\cdot\frac{3}{5}+(-\frac{3}{2})^2+\frac{3}{2}:\frac{4}{-3}+1$

FRACCIONES UNITARIAS: Los antiguos egipcios, como ya sabéis, ponían cada fracción como suma de 2 (o 3) fracciones con un 1 en el numerador, y no repetían ningún sumando:

$$\frac{3}{8}=\frac{1}{8}+\frac{2}{8}=\frac{1}{8}+\frac{1}{4} \qquad \frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{1}{10}+\frac{5}{10}=\frac{1}{10}+\frac{1}{2}$$

(Observa que en $\frac{3}{5}$ la suma $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$ no nos vale, y por eso hemos amplificado $\frac{3}{5}$)

3.- Haz como los antiguos egipcios con estas fracciones: $\frac{4}{9}$ „ $\frac{7}{10}$ „ $\frac{8}{15}$ „ $\frac{2}{11}$ „ $\frac{3}{25}$ „ $\frac{2}{7}$

FRACCIÓN DE UN TOTAL = PARTE: Cuando tengo que aplicar a un nº una fracción, el nº queda multiplicado por el numerador y a su vez dividido por el denominador (o viceversa):

2/5 de 560 = 560 x 2 : 5 = 560 : 5 x 2 = 224.

Si tuviera que adivinar el TOTAL porque me están dando la PARTE, las operaciones se harían al contrario de lo anterior, esto es, cogeríamos al nº (la parte) y lo dividiríamos por el numerador y lo multiplicaríamos por el denominador (o viceversa):

3/8 de ¿? = 210 ; ¿? = 210 : 3 x 8 = 210 x 8 : 3 = 560

Este tipo de ejercicios da mucho juego para resolver muchos tipos de problemas. Para aclararlos, vamos a leer y explicar, uno por uno, los problemas resueltos que vienen en las páginas 74, 75 y 76.

EJERCICIO

4.- De la página 77 del libro, los n^{os} 4, 7, 8, 12, 15, 18 y 19. Aparte de hacerlos, debéis indicar a qué tipo de problema se parece de los 11 que hemos visto en las páginas anteriores.

5.- Una familia dedica 2/3 de sus ingresos a cubrir gastos de funcionamiento, ahorra la cuarta parte del total y gasta el resto en ocio. ¿Qué fracción de los ingresos invierte en ocio?

6.- ¿Cuántos litros de aceite son necesarios para llenar 300 botellas de 3/4 de litro?

7.- En un hotel, la mitad de las habitaciones están en el primer piso; la tercera parte en el segundo piso, y el resto, en el ático, que tiene 10 habitaciones. ¿Cuántas habitaciones hay en cada piso?

POTENCIAS Y RAÍCES CUADRADAS DE FRACCIONES:

Es bastante interesante, pero nos detendremos más en esto en el siguiente tema. De todas formas, se siguen los mismos patrones. Vengan aquí unos pequeños ejercicios.

EJERCICIOS

1.- Efectúa: a) $\left(\frac{5}{7}\right)^2$ b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ c) $\left(\frac{1}{-4}\right)^3$ d) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{4}\right)^3$

2.- Calcula:

a) $\sqrt{\frac{1}{4}}$ b) $\sqrt{\frac{4}{25}+\frac{1}{5}}$ c) $\sqrt{-\frac{100}{81}}$ d) $\sqrt{\frac{49}{16}}$

FRACCIONES Y DECIMALES:

Ya sabemos que los decimales vienen de fracciones al dividir el numerador entre el denominador (también de la invención del hombre y de raíces enteras). Pues a los n^{os} decimales que provienen de las fracciones se los llama **n^{os} decimales racionales**, y se dividen en:

a.- Nos dec. Exactos (limitados): Se caracterizan porque en la parte decimal hay una serie de cifras decimales (1, 2, 3, ...), un nº fijo de cifras decimales, y eso pasa porque cuando vamos haciendo la división llega un momento en que ésta sale exacta. Se pueden reconocer las fracciones que dan este tipo de n^{os} mirándoles el denominador: “debe ser múltiplo de 2, o de 5 o de 2 y 5 a la vez, pero de ningún otro nº más”: 3´28 - 56´2 - 0´089

b.- N^{os} dec. Periódicos (ilimitados): Se caracterizan porque en la parte decimal hay infinitas cifras decimales, y eso ocurre porque la división nunca se va a acabar por mucho que queramos. Se pueden reconocer este tipo de fracciones mirando el denominador: “se tiene un nº que no es múltiplo solo de 2, ni solo de 5, ni de 2 ni 5 a la vez, sino que aparecen más factores”.

A su vez, los n^{os} dec. periódicos se dividen en 2 grupos:

b_1.- N^{os} d. p. Puros, que son los que en la parte decimal solo tienen las cifras que se repiten indefinidamente (**Periodo**). Ej:

$$4'\overset{\frown}{28} \quad - \quad 0'\overset{\frown}{307} \quad - \quad 1'\overset{\frown}{6}$$

b_2.- N^{os} d. p. Mixtos, que son los que en la parte decimal tienen cifra/s que no se repiten (**Anteperiodo**) seguido de la/s cifra/s que se repiten indefinidamente (**periodo**). Ej:

$$4'2\overset{\frown}{8} \quad - \quad 0'30\overset{\frown}{7} \quad - \quad 53'1\overset{\frown}{326}$$

Por otro lado están los n^{os} decimales que no provienen de una fracción (división) los cuales los llamamos **n^{os} decimales irracionales**.

La unión de todos los números decimales que existen (los racionales y los irracionales juntos) los llamamos **NÚMEROS REALES** (**lo suelo preguntar en los controles**). (PÁGINA 60)

FRACCIÓN GENERATRIZ:

Es hacer justo lo contrario de lo anterior. Se trata de que nos dan un número decimal cualquiera y debemos encontrar la fracción que ha dado dicho nº decimal. ¿Cómo?

a.- F.G. de los n^{os} d. exactos: Se coloca en el numerador el nº completo sin la coma, y en el denominador un 1 seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga el nº decimal. Ej:

$$3'28 = \frac{328}{100} \quad „ \quad -0'089 = -\frac{89}{1000}$$

b.- F.G. de los nos d. p. puros:

Se coloca en el num. el nº completo sin la coma ni el arquito y se le restan las cifras que no están en el periodo (las de la parte entera), y en el den. se pone un 9 por cada cifra que haya en el periodo. Ej:

$$4'\overset{\frown}{28} = \frac{428-4}{99} = \frac{424}{99} \quad ,, \quad 0'\overset{\frown}{307} = \frac{307-0}{999} = \frac{307}{999}$$

c.- F.G. de los nos d. p. mixtos: Se coloca en el numerador el nº completo sin la coma ni el arquito y se le restan las cifras que no estén en el periodo (las de la parte entera seguidas de las del anteperiodo), y en el denominador se colocan tantos 9 como cifras haya en el periodo seguido de tantos 0 como cifras haya en el anteperiodo. Ej:

$$4'2\overset{\frown}{8} = \frac{428-42}{90} = \frac{386}{90} \quad ,, \quad -53'1\overset{\frown}{326} = \frac{531.326-531}{-9990} = -\frac{530.795}{9990}$$

EJERCICIOS

1.- Busca la expresión decimal de estas fracciones: $\frac{11}{13}, \frac{8}{7}, \frac{-5}{14}, \frac{3}{-4}, \frac{13}{9}, \frac{-19}{-8}, -\frac{11}{6}, \frac{7}{20}$

2.- Clasifica los números decimales obtenidos en el ejercicio anterior.

3.- De la página 60 del libro, los nos 2 (simplifica hasta irreducible "abcd") y 3.

4.- Busca la fracción generatriz de los números decimales siguientes:

$7'4$,, $-4'562$,, $-0'00\overset{\frown}{5}$,, $2'\overset{\frown}{14}$,, $3'2\overset{\frown}{61}$,, $19'752$,, $19'\overset{\frown}{752}$,, $19'7\overset{\frown}{52}$,, $-10'\overset{\frown}{65}$,, $0'90\overset{\frown}{7}$

EJERCICIOS DEL TRABAJO: **(Seguro 13)**

1.- PÁGINA 62 del LIBRO → número 19.

2.- PÁGINA 63 del LIBRO → número 28ab. Además hay que meterle estos 4 apartados más:

c) $\frac{44}{-80}$ d) $\frac{480}{1056}$ e) $\frac{-123}{360}$ f) $\frac{-3780}{-2625}$

Como pista os digo que al menos uno de los valores absolutos de cada fracción irreducible es menor de 50.

3.- PÁGINA 64 del LIBRO → número 34.

4.- PÁGINA 64 del LIBRO → número 35.

5.- PÁGINA 64 del LIBRO → número 38.

6.- PÁGINA 64 del LIBRO → número 45.

7.- Representa cada par de fracciones en una recta diferente:

a) $\frac{3}{2}$ y $-\frac{6}{5}$ b) $\frac{5}{6}$ y $-\frac{1}{9}$ c) $\frac{8}{7}$ y $-\frac{3}{4}$ d) $\frac{7}{3}$ y $-\frac{5}{8}$

8.- PÁGINA 82 del LIBRO → número 4dh. Le añadimos otros dos apartados más:

m) $\frac{1}{3} + 2 \cdot \left(2 - \frac{1}{2}\right) : \frac{-4}{5} + 1$ w) $\left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \frac{4}{3} + 1\right] : \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{2}$

9.- Un grifo llena un depósito en 7 h y otro, en 5 h. ¿Qué fracción del depósito llena cada grifo en una hora? ¿Y si están abiertos ambos a la vez?

10.- PÁGINA 84 del LIBRO → número 19.

11.- PÁGINA 84 del LIBRO → número 25.

12.- PÁGINA 85 del LIBRO → número 26.

13.- PÁGINA 82 del LIBRO → número 9d. Los otros 3 apartados son estos:

h) $\sqrt{\dfrac{1}{3^{-2}}}$ m) $\dfrac{\dfrac{7}{4}:\dfrac{14}{3}+\dfrac{1+\dfrac{1}{2}}{\dfrac{3}{2}+2}}{\dfrac{10}{3}\cdot\dfrac{2}{5}-\dfrac{3}{1-\dfrac{1}{2}}}$ w) $\dfrac{3^3\cdot 3^{-5}\cdot(-3)^4}{3^{-2}\cdot 3^8}$

14.- PÁGINA 85 del LIBRO → número 31.

15.- PÁGINA 85 del LIBRO → número 35.

16.- PÁGINA 85 del LIBRO → número 40.

17.- Halla el nº decimal correspondiente a cada una de las fracciones siguientes, y clasifícalos (quiero ver las divisiones): $\dfrac{3}{4}$, $\dfrac{2}{6}$, $\dfrac{-1}{8}$, $\dfrac{-2}{25}$, $\dfrac{85}{3}$, $\dfrac{53}{15}$ y $\dfrac{12}{23}$ (esta última fracción tiene 22 cifras periódicas)

18.- Halla la fracción generatriz de: $-1'\overparen{3}$ „ $8'\overparen{34}$ „ $2'1\overparen{16}$ „ $0'\overparen{007}$ „ $12'3\overparen{45}$ „ $5'47$ y $-0'1\overparen{235}$.

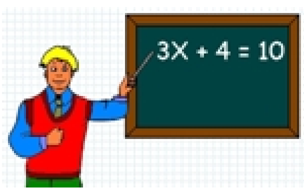
19.- Carlos está leyendo un libro. La primera semana lee $\dfrac{3}{7}$ de las páginas y la 2ª los $\dfrac{4}{5}$ del resto. Si todavía le quedan 48 páginas por leer, ¿cuántas páginas tiene el libro?

20.- Calcula estas diferencias:

$$1-\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2}-\frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3}-\frac{1}{4} \qquad \frac{1}{4}-\frac{1}{5}$$

Observa los resultados obtenidos. Ahora haz el siguiente cálculo "¿complejo?":

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{999.000}$$



Fdo. Juan Chanfreut Rodríguez
Profesor de matemáticas de 2º de ESO